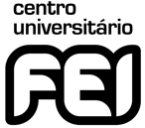
**MAN 110 -** **CÁLCULO NUMÉRICO**

**AULA 9: Polinômio interpolador de Lagrange**

Determine o polinômio interpolador de Lagrange P2(z), que aproxima f(x) dada pela tabela abaixo.

Determine o valor de f(-1), usando o polinômio interpolador.

Determinar o erro de truncamento cometido nesta interpolação, admitindo que .

Erro de truncamento é um erro inerente a métodos numéricos. Surge quando se substitui um processo matemático infinito por um processo finito ou discreto.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | -3 (x0) | 1 (x1) | 2 (x2) n=2 |
| **f(x)** | 7,9 (f(x0)) | 0,9 (f(x1)) | 4 (f(x2)) |

1. Vamos determinar o polinômio interpolador P2 (grau 2 pois temos 3 pontos na tabela) e interpolar o ponto

x = -1 (em outras palavras, estimar f(-1) usando o polinômio interpolador).

* 1. Criar duas matrizes **x** e **y** com os valores de x e f(x) dados na tabela

x=[-3 1 2]

y=[7.9 0.9 4] // aqui é o f(x)

* 1. Definir uma variável simbólica ***z*** para ser utilizada no polinômio interpolador

syms z

* 1. Calcular cada termo do polinômio:

// aqui coloca os termos de Lagrange – são 3 no polinimo de grau 2

Uma imagem contendo Tabela

Descrição gerada automaticamente

L0=[(z-1)\*(z-2)]/[(-3-1)\*(-3-2)]

L1=[(z+3)\*(z-2)]/[(1+3)\*(1-2)]

L2=[(z+3)\*(z-1)]/[(2+3)\*(2-1)]

* 1. Montar o polinômio interpolador de grau 2

P2=7.9\*L0+0.9\*L1+4\*L2

* 1. Melhorar o formato do polinômio e mostrá-lo com coeficientes de 2 casas decimais:

P2=vpa(simplify(P2),2)

* 1. Calcular o valor aproximado de f(-1)

vaprox=eval(subs(P2,-1))

1. Sendo , vamos avaliar o erro cometido ao dizermos que . A fórmula do erro de truncamento para interpolar um valor x=c é dada por:

Adaptando a fórmula para n+1 = 3 pontos, o número c = -1 e os valores de x da tabela, temos:

1. Cálculo de

prod=abs((-1+3)\*(-1-1)\*(-1-2))

1. Derivada 3ª da função f(x) (3 pontos na tabela):

f=1.3\*exp(z)-2.6\*z

df3=diff(f,3)

1. Para calcular o maior valor da derivada 3ª em [-3 2], montamos uma matriz m substituindo os valores de x da tabela na derivada 3ª e o comando max(m) retorna o maior valor. Em seguida, calcula-se o erro de truncamento.

m=eval(abs(subs(df3,x)))

ErroTrunc=prod/factorial(3)\*max(m)

1. Compare o erro de truncamento com o valor real da função f em x=-1:

vreal=eval(subs(f,-1))

O erro de truncamento é o erro máximo que cometemos ao fazer a interpolação de um ponto que não está na tabela; por isso, o valor pode ficar grande.

Comandos no Matlab para o exemplo acima:

% criando as matrizes

x=[-3 1 2];

y=[7.9 0.9 4];

%calculando o polinomio interpolador

syms z

L0=[(z-1)\*(z-2)]/[(-3-1)\*(-3-2)];

L1=[(z+3)\*(z-2)]/[(1+3)\*(1-2)];

L2=[(z+3)\*(z-1)]/[(2+3)\*(2-1)];

P2=7.9\*L0+0.9\*L1+4\*L2;

disp('o polinomio interpolador eh')

P2=vpa(simplify(P2),2)

% calculando valor f(-1) pelo polinomio interpolador

disp('o valor f(-1) pelo polinomio inteprolador eh')

vaprox=eval(subs(P2,-1))

% calculando o erro de truncamento

prod=abs((-1+3)\*(-1-1)\*(-1-2))

% definindo f(x) dada no ex e calculando a 3a derivada

f=1.3\*exp(z)-2.6\*z

df3=diff(f,3)

%calculando o maior valor da 3a derivada

m=eval(abs(subs(df3,x)))

disp('o erro de truncamento eh ')

ErroTrunc=prod/factorial(3)\*max(m)

disp('o valor real de f para x=-1 eh')

vreal=eval(subs(f,-1))

% construindo o gráfico do polinomio interpolador e dos pontos da tabela

t=min(x):0.01:max(x);

pt=subs(P2,t);

plot(x,y,'ko',t,pt,'b')

grid

Gráfico, Gráfico de linhas

Descrição gerada automaticamente

**EXERCÍCIO**

Determine o polinômio interpolador de Lagrange P2(z), que aproxima f(x) dada pela tabela abaixo.

Determine o valor de f(0,65), usando o polinômio interpolador.

Determinar o erro de truncamento cometido nesta interpolação, admitindo que .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | 0,3 | 0,5 | 0,9 |
| **f(x)** | 2,405 | 2,824 | 4,214 |

% definindo os pontos x e y

x=[0.3 0.5 0.9];

y=[2.405 2.824 4.214];

% definindo o z como simbolico

syms z

% valores de lagrange

L0=[(z-0.5)\*(z-0.9)]/[(0.3-0.5)\*(0.3-0.9)];

L1=[(z-0.3)\*(z-0.9)]/[(0.5-0.3)\*(0.5-0.9)];

L2=[(z-0.3)\*(z-0.5)]/[(0.9-0.3)\*(0.9-0.5)];

% fazendo o polinômio com os polinômios de lagrange

P2=2.405\*L0+2.824\*L1+4.214\*L2;

P2=vpa(simplify(P2),2)

% valor aproximado da f para 0.65

vaprox=eval(subs(P2,0.65))

prod=abs((0.65-0.3)\*(0.65-0.5)\*(0.65-0.9));

f=1.8\*exp(0.96\*z);

df3=diff(f,3);

%calculando o maior valor da 3a derivada

m=eval(abs(subs(df3,x)));

disp('o erro de truncamento eh ')

ErroTrunc=prod/factorial(3)\*max(m)

disp('o valor real de f para x=0.65 eh')

vreal=eval(subs(f,0.65))

% construindo o gráfico do polinomio interpolador e dos pontos da tabela

t=min(x):0.01:max(x);

pt=subs(P2,t);

plot(x,y,'ko',t,pt,'b')

grid

Exemplo com polinômio cúbico

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0,3 | 0,5 | 0,9 | 1,2 |
| fx | 2,405 | 2,824 | 4,214 | 5,555 |

Determinar o polinômio de Lagrange P3(z)

Texto, Tabela

Descrição gerada automaticamente com confiança média



% definindo os pontos x e y

x=[0.3 0.5 0.9 1.2];

y=[2.405 2.824 4.214 5.555];

% definindo o z como simbolico

syms z

% valores de lagrange

L0=[(z-0.5)\*(z-0.9)\*(z-1.2)]/[(0.3-0.5)\*(0.3-0.9)\*(0.3\*1.2)];

L1=[(z-0.3)\*(z-0.9)\*(z-1.2)]/[(0.5-0.3)\*(0.5-0.9)\*(0.5-1.2)];

L2=[(z-0.3)\*(z-0.5)\*(z-1.2)]/[(0.9-0.3)\*(0.9-0.5)\*(0.9-1.2)];

L3=[(z-0.3)\*(z-0.5)\*(z-0.9)]/[(1.2-0.3)\*(1.2-0.5)\*(1.2-0.9)];

% fazendo o polinômio com os polinômios de lagrange

P3=2.405\*L0+2.824\*L1+4.214\*L2+5.555\*L3;

P3=vpa(simplify(P3),2)

% valor aproximado da f para 0.65

vaprox=eval(subs(P3,0.65))

prod=abs((0.65-0.3)\*(0.65-0.5)\*(0.65-0.9));

f=1.8\*exp(0.96\*z);

df3=diff(f,3);

%calculando o maior valor da 3a derivada

m=eval(abs(subs(df3,x)));

disp('o erro de truncamento eh ')

ErroTrunc=prod/factorial(3)\*max(m)

disp('o valor real de f para x=0.65 eh')

vreal=eval(subs(f,0.65))

% construindo o gráfico do polinomio interpolador e dos pontos da tabela

t=min(x):0.01:max(x);

pt=subs(P3,t);

plot(x,y,'ko',t,pt,'b')

grid